

<https://doi.org/10.21122/2227-1031-2020-19-5-389-394>

УДК 624.131.5

## Развитие теории расчета шарнирно соединенных балок на упругом основании

Канд. техн. наук, доц. О. В. Козунова<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Белорусский государственный университет транспорта (Гомель, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2020  
Belarusian National Technical University, 2020

**Реферат.** В статье в кратком изложении приводится обзор литературы по теории и методикам расчета шарнирно соединенных или шарнирно сочлененных конструкций на упругом основании. Автор ссылается на работы Б. Г. Коренева, Г. Я. Попова, И. А. Симвулиди, Р. В. Серебряного, А. Г. Юрьева, в которых с помощью различных подходов проведены исследования по расчету шарнирно соединенных балок и плит на упругом основании. Из анализа научной литературы по рассматриваемой тематике можно сделать вывод об отсутствии общего подхода к решению этой проблемы, справедливого для любых шарнирно соединенных балок и плит, лежащих на любой модели упругого основания при действии на них произвольной внешней нагрузки. Кроме того, аналогичная проблема по данному виду инженерных расчетов наблюдается и в нормативных документах. В Республике Беларусь для расчета несущих элементов дорожных покрытий для автомобильных дорог различного назначения и поперечного строения пути используется ряд отраслевых документов, в которых дорожная одежда с несущим элементом и соединение элементов между собой (шарнирное или жесткое) рассматриваются в несвязной постановке. В статье предлагается универсальный подход для расчета шарнирно соединенных балок на упругом основании, базирующийся на смешанном методе строительной механики с учетом соотношений Жемочкина для функций влияния упругой среды. В расчет принимаются следующие гипотезы и допущения: на контакте балки с основанием действуют только нормальные напряжения, для балок справедливы гипотезы теории изгиба, шарниры между балками являются цилиндрическими, распределение контактных напряжений по ширине балок – равномерное. В результате предлагаемого расчета исследуется напряженно-деформированное состояние системы из шарнирно соединенных балок на упругом основании, а именно: распределение контактных напряжений под балками, внутренние усилия в балках и шарнирных соединениях, а также осадки упругого основания под ними. Численная реализация этого подхода выполнена с использованием математического пакета Mathematica 10.4. Приведены примеры расчета для трех шарнирно соединенных балок на основании Винклера и семи – на упругом полупространстве.

**Ключевые слова:** шарнирно соединенные балки и плиты, смешанный метод, соотношения Жемочкина, упругое основание Винклера, упругое полупространство, напряженно-деформированное состояние

**Для цитирования:** Козунова, О. В. Развитие теории расчета шарнирно соединенных балок на упругом основании / О. В. Козунова // *Наука и техника*. 2020. Т. 19, № 5. С. 389–394. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2020-19-5-389-394>

## Development of Calculation Theory for Hinged-Connected Beams on Elastic Base

O. V. Kozunova<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Belarusian State University of Transport (Gomel, Republic of Belarus)

**Abstract.** The paper provides a brief review of the literature on the theory and methods of calculating hinged-connected or articulated structures on an elastic base. The author refers to the works of B. G. Korenev, G. Ya. Popov, I. A. Simvulidi, R. V. Serebryany, A. G. Yuriev, in which, using various approaches, studies have been carried out to calculate hinged-connected beams and slabs on an elastic base. From the analysis of scientific literature on the topic under consideration, it can be concluded that there is no general approach to solving this problem, which is valid for any hinged-connected beams and plates lying on any model of an elastic base under the action of an arbitrary external load. In addition, a similar problem for this type of engineering calculations is observed in the normative documents. In the Republic of Belarus, a number of industry documents have been used to calculate pavement bearing elements for various highways and track transverse structures, in which road pavements with a load-bearing element and the connection of elements between themselves (hinged or rigid) are considered in an incoherent formulation. The paper proposes a universal approach for calculating hinged-connected beams on an elastic foundation, based on the mixed method of structural mechanics, taking into account the Zhemochkin ratios for functions of the elastic medium effects. The following hypotheses and assumptions are taken into account: only normal stresses act on the contact of the beam with the base, hypotheses of the bending theory are valid for beams, hinges between the beams

### Адрес для переписки

Козунова Оксана Васильевна  
Белорусский государственный университет транспорта  
ул. Кирова, 34,  
246653, г. Гомель, Республика Беларусь  
Тел.: +375 232 953-650  
[kozunova@gmail.com](mailto:kozunova@gmail.com)

### Address for correspondence

Kozunova Oksana V.  
Belarusian State University of Transport  
34, Kirova str.,  
246653, Gomel, Republic of Belarus  
Tel.: +375 232 953-650  
[kozunova@gmail.com](mailto:kozunova@gmail.com)

are cylindrical, and the distribution of contact stresses along the width of the beams is uniform. As a result of the proposed calculation, the stress-strain state of a system of hinged-connected beams on an elastic foundation has been investigated, namely: distribution of contact stresses under beams, internal forces in the beams and hinged joints, as well as settlements of the elastic foundation under them. The numerical implementation of this approach has been performed using the mathematical package Mathematica 10.4. Examples of calculation are given for different versions of hinged-connected beams and an elastic base: for three hinged-connected beams based on Winkler and seven – on an elastic half-space.

**Keywords:** hinged-connected beams and slabs, mixed method, Zhemochkin relations, Winkler elastic base, elastic half-space, stress-strain state

**For citation:** Kozunova O. V. (2020) Development of Calculation Theory for Hinged-Connected Beams on Elastic Base. *Science and Technique*. 19 (5), 389–394. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2020-19-5-389-394> (in Russian)

## Введение. Обзор литературы

Из анализа научной литературы по расчету шарнирно соединенных конструкций на упругом основании можно сделать вывод об отсутствии общего подхода к решению этой проблемы, справедливого для шарнирно соединенных балок и плит различной жесткости, лежащих на любой модели упругого основания при действии на них произвольной внешней нагрузки.

Одним из первых исследованием напряженно-деформированного состояния (НДС) шарнирно соединенных балок и плит на упругом основании в СССР занимался Б. Г. Коренев [1], который предложил использовать угловую деформацию для описания скачка в угловом перемещении слева и справа от промежуточного шарнира между соседними балками.

Г. Я. Попов [2] применил сложный математический аппарат для получения точного решения контактной задачи об изгибе шарнирно соединенных балочных плит на упругой полуплоскости, что было неприемлемо для инженерных расчетов из-за громоздкости.

Н. И. Симвулиди [3] предложил интересный метод расчета составных балок на упругом основании (автор так назвал шарнирно соединенные балки), основанный на расчленении шарнирно соединенной конструкции на отдельные элементы (простые однопролетные и консольные) при использовании прерывателей Герсванова. Однако в этом методе есть существенный недостаток, который не дал ему развиваться в универсальную методику, а именно: не учитывается взаимное влияние соседних балок и трение балок с основанием.

В [4] Н. И. Симвулиди исследует работу жестко соединенных балок на упругом основании под эксплуатационной нагрузкой в виде системы перекрестных фундаментных балок с защемленными концами и сетчатых плит. Методика этого расчета построена на многократном составлении уравнений прогибов каждой элементарной балки на упругом основании, жестко соединенной с другими. Учитывая совместность деформаций в узлах перекрестных балок, в самом общем виде получена система уравнений, куда вошли заданная нагрузка,

искомые силы и моменты, возникающие по концам балок (в заделке), и силы в узлах перекрестных балок. Методика расчета перекрестных фундаментных балок не учитывает кручение каждой балки, что упрощает инженерный расчет, но приводит к заведомо искаженным результатам и требует уточнения.

Р. В. Серебряный [5] дал решение пространственной задачи об изгибе шарнирно соединенных прямоугольных плит на упругом полупространстве и составил таблицы для облегчения инженерных расчетов. В [6] А. Г. Юрьев использовал интегральный метод Л. П. Винокурова для решения этой задачи.

Автор данной статьи предлагает универсальный подход для статического расчета шарнирно соединенных балок на упругом основании. Расчет ведется смешанным методом [7] с использованием соотношений Жемочкина [8] для балок различной длины и жесткости, на любой модели упругого основания и при действии произвольной внешней вертикальной нагрузки.

## Постановка задачи. Граничные условия

В статическом расчете рассматривается система из шарнирно соединенных балок на упругом основании под действием внешней нагрузки (рис. 1). В результате расчета исследуется НДС этой системы, а именно: распределение контактных напряжений под балками, усилия в балках и шарнирных соединениях, а также осадки упругого основания под ними.

Считается [9], что на контакте балки с основанием действуют только нормальные напряжения, для балок справедливы гипотезы теории изгиба, шарниры между балками являются идеальными, цилиндрическими, без трения. Распределение контактных напряжений по ширине балок – равномерное.

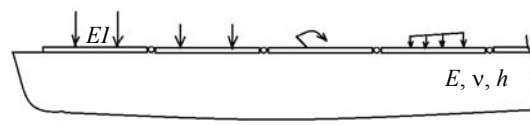


Рис. 1. Система из шарнирно соединенных балок на упругом основании

Fig. 1. System of articulated beams on elastic foundation

### Алгоритм расчета

Разобьем каждую балку на участки равной длины и в центре каждого участка поставим вертикальную связь, через которую осуществляется контакт балки с упругим основанием (рис. 2). Полученную многократно статически неопределимую систему решаем смешанным методом строительной механики [7], приняв за неизвестные усилия  $X_k$  в связях Жемочкина на контакте балок и основания, линейные  $u_k$  и угловые  $\varphi_k$  перемещения введенного на краях балок защемления и поперечные силы  $Q_k$  в разрезанных промежуточных шарнирах (рис. 3).

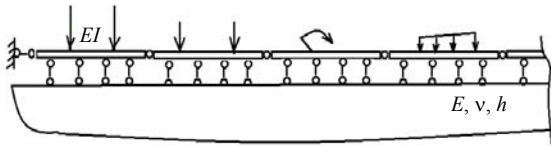


Рис. 2. Связи Жемочкина на контакте балок и основания  
Fig. 2. Zhemochkin connections at the contact of beams and base

Основная система смешанного метода приведена на рис. 3.

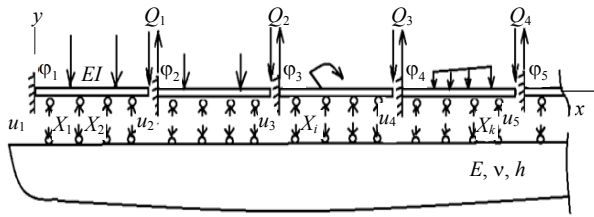


Рис. 3. Основная система смешанного метода  
Fig. 3. Mixed method basic system

Система канонических уравнений смешанного метода для расчета одной балки с номером  $i$  имеет вид:

$$\begin{cases} \delta_{1,1}X_1 + \dots + \delta_{1,m}X_m + u_i - \varphi_i x_1 - \delta_{1,Q}Q_i + \Delta_{1,p} = 0; \\ \dots \\ \delta_{m,1}X_1 + \dots + \delta_{m,m}X_m + u_i - \varphi_i x_m - \delta_{m,Q}Q_i + \Delta_{m,p} = 0; \\ -\sum_{k=1}^m X_k + Q_{i,1} + R = 0; \\ \sum_{k=1}^m X_k x_k - \ell Q_{i,1} - M = 0; \\ \sum_{k=1}^m \delta_{k,Q}X_k - \delta_{i,Q}Q_i - u_i + \ell \varphi + \Delta_{Q,p} + u_{i+1} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $m$  – число участков Жемочкина на балке;  $u_i$ ,  $\varphi_i$  – неизвестные линейное и угловое пере-

мещения введенного защемления на балке с номером  $i$ ;  $R$ ,  $M$  – равнодействующая внешних сил и момент равнодействующей относительно введенного защемления на балке с номером  $i$ ;  $Q_i$  – поперечная сила в разрезанном шарнире по правую сторону балки с номером  $i$ ;  $X_k$  – усилие в связях Жемочкина с номером  $k$ .

Для основания Винклера:

$$\begin{aligned} \delta_{i,k} &= \frac{1}{Kbc} + \frac{\ell^2}{3EI_6} w_{i,k}, \quad i = k; \\ \delta_{i,k} &= \frac{\ell^2}{3EI_6} w_{i,k}, \quad i \neq k, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $K$  – коэффициент постели упругого основания;  $EI_6$  – изгибная жесткость балки.

Для упругого полупространства

$$\delta_{i,k} = \frac{1 - \mu_0^2}{\pi E_0 c} F_{i,k} + \frac{\ell^2}{3EI_6} w_{i,k}, \quad (3)$$

где  $E_0$ ,  $\mu_0$  – упругие параметры основания;  $F_{i,k}$  – безразмерная функция, определяемая из соотношений [8]:

$$\begin{aligned} F_{i,i} &= 2 \frac{c}{b} \left[ \ln \frac{b}{c} + \frac{b}{c} \ln \left( \frac{c}{b} + \sqrt{\frac{c^2}{b^2} + 1} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \ln \left( 1 + \sqrt{\frac{c^2}{b^2} + 1} \right) \right]; \end{aligned} \quad (4)$$

$$F_{i,k} = \frac{1}{|x_i - x_k|},$$

$b$ ,  $c$  – размеры участка Жемочкина на балке ( $b$  – ширина балки).

При иной модели упругого основания соотношение Жемочкина (4) меняется как для двухслойного [10], так и для комбинированного основания [11].

Прогибы балки в основной системе смешанного метода с защемлением на краю балки определяются по формулам [8]:

$$\begin{aligned} w_{i,k} &= \frac{x_i^2}{\ell^2} \left( 3 \frac{x_k}{\ell} - \frac{x_i}{\ell} \right), \quad x_k > x_i; \\ w_{i,k} &= \frac{x_k^2}{\ell^2} \left( 3 \frac{x_i}{\ell} - \frac{x_i}{\ell} \right), \quad x_k < x_i. \end{aligned} \quad (5)$$

Свободные члены системы (1) зависят от вида внешней нагрузки и определяются с использованием формул (5). Последнее уравнение в (1) выражает условие отсутствия взаимного

вертикального перемещения в промежуточном шарнире между соседними балками.

Если обозначить число балок через  $N$ , то общее число неизвестных усилий в связях Жемочкина, линейных и угловых перемещений введенных защемлений на балках и поперечных сил в промежуточных шарнирах для расчета рассматриваемой системы составных балок выразится формулой

$$N(m+2) + N - 1. \quad (6)$$

Структура системы разрешающих уравнений для системы балок представлена на рис. 4. Блоки по главной диагонали образованы по системе (1), побочные блоки являются нулевыми для основания Винклера. Для упругого полупространства они характеризуют взаимное влияние балок и определяются с использованием формул (4).

На рис. 4 введены следующие обозначения блоков системы разрешающих уравнений:  $D_{ii}$  – блоки по главной диагонали системы разрешающих уравнений:  $D_{11}$  – левый блок главной диагонали матрицы коэффициентов, составленный для первой слева балки, не учитывает влияние смежных балок;  $D_{22}$  – средний блок главной диагонали матрицы коэффициентов, составленный для средней балки, тоже не учитывает влияние смежных балок, и т. д.;  $D_{ij}$  – побочные блоки системы разрешающих уравнений:  $D_{12}$  – побочный блок, составленный для первой балки, но от воздействий на второй балке, т. е. учитывает влияние смежных балок, и т. д.

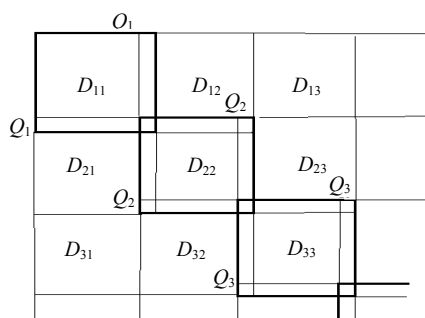


Рис. 4. Структура системы разрешающих уравнений  
Fig. 4. Structure of system of resolving equations

### Численные результаты

**Пример 1.** Рассмотрим систему из трех шарнирно соединенных жестких балок одинаковой длины  $l$  на упругом основании Винклера с  $\kappa = 10 \text{ кН/м}^3$ .

Собственный вес балки 20 кН. Средняя балка центрально нагружена силой 100 кН. При расчете балка разбивается на девять участков Жемочкина.

На рис. 5 показан график распределения нормальных напряжений  $\sigma$  на контакте шарнирно соединенных балок с упругим основанием.

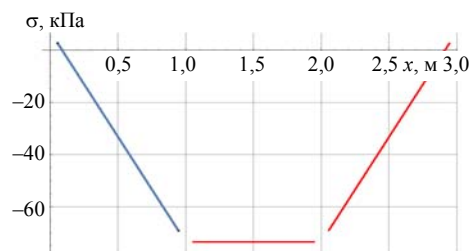


Рис. 5. Распределение нормальных напряжений на контакте шарнирно соединенных балок с упругим основанием

Fig. 5. Distribution of normal stresses at the contact of articulated beams with elastic foundation

Очевидно, что график перемещений шарнирно соединенных балок на их контакте с упругим основанием получается из графика распределения нормальных напряжений (рис. 5) умножением ординат напряжений на постоянный множитель.

Поперечные силы в цилиндрических шарнирах, соединяющих соседние балки, одинаковы. Согласно расчетам, их значения равны 13,25 кН.

**Пример 2.** Рассчитаем систему из семи шарнирно соединенных гибких балок из металлополимерного материала, каждая из которых одинаковой длины (3,6 м), ширины (0,4 м) и высоты (0,3 м), изгибной жесткостью  $EI_6 = 1000 \text{ кН}\cdot\text{м}^2$  на упругом полупространстве с упругими параметрами  $E_0 = 20 \text{ МПа}$ ,  $\mu_0 = 0,3$ . Балки загружены равномерно распределенной нагрузкой  $q = 10 \text{ кПа}$ . При расчете балка разбивалась на девять участков Жемочкина.

На рис. 6 приведен график распределения контактных напряжений  $\sigma$  под шарнирно соединенными гибкими балками из металлополимерного материала.

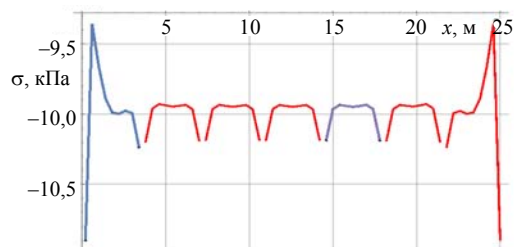


Рис. 6. Распределение контактных напряжений под шарнирно соединенными (составными) гибкими балками из металлополимерного материала

Fig. 6. Distribution of contact stresses under articulated (composite) flexible beams made of metal-polymer material



**Пример 3.** Рассчитаем систему из семи шарнирно соединенных гибких балок из сборного железобетона, выбранных по грузоподъемности и несущей способности в соответствии с серией 1.415.1-2 Типовые конструкции, изделия и узлы зданий и сооружений «Балки фундаментные железобетонные для наружных и внутренних стен производственных зданий промышленных предприятий», выпуск 5 [12].

Графики распределения поперечных сил  $Q$  в шарнирах составных гибких балок из металлополимерного материала и их линейные перемещения  $u$  представлены на рис. 7 и 8 соответственно.

Каждая из балок марки 4БФ48-5 из бетона класса С20/25 ( $E_b = 29$  ГПа) со следующими геометрическими и упругими параметрами: длина 4,68 м, переменная ступенчатая ширина: 0,52 м – верхняя полка, 0,26 м – нижняя полка, высота 0,30 м, изгибная жесткость  $EI_b = 18850$  кН·м<sup>2</sup> на упругом полупространстве с  $E_o = 20$  МПа,  $\mu_o = 0,3$ . Балки загружены равномерно распределенной нагрузкой  $q = 50$  кПа. При расчете балка разбивалась на девять участков Жемочкина.

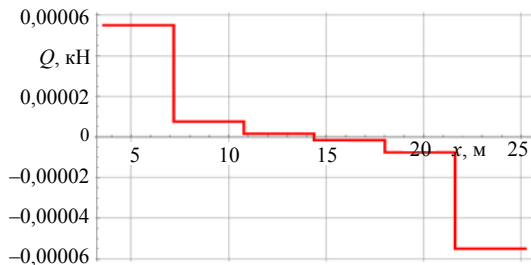


Рис. 7. Распределение поперечных сил в шарнирах составных гибких балок из металлополимерного материала

Fig. 7. Distribution of shear forces in hinges of composite flexible beams made of metal-polymer material

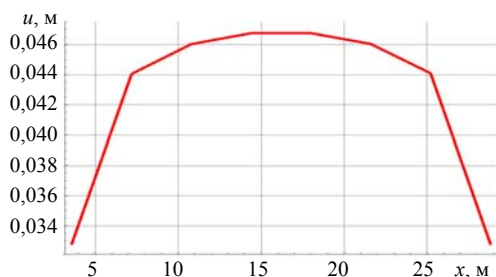


Рис. 8. Линейные перемещения шарниров составных гибких балок из металлополимерного материала

Fig. 8. Linear movements of hinges of composite flexible beams made of metal-polymer material

На рис. 9 приведены графики распределения контактных напряжений  $\sigma$  под шарнирно соединенными гибкими балками из сборного железобетона.

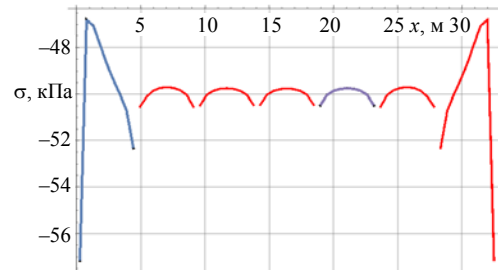


Рис. 9. Распределение контактных напряжений под шарнирно соединенными гибкими балками из сборного железобетона

Fig. 9. Distribution of contact stresses under articulated flexible beams made of precast concrete

На рис. 10, 11 приведены график поперечных сил  $Q$  в промежуточных шарнирах соединения гибких балок из сборного железобетона и их линейные перемещения соответственно.

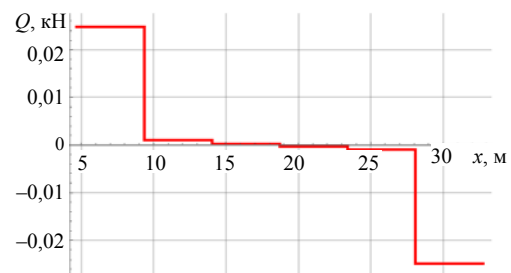


Рис. 10. Распределение поперечных сил в промежуточных шарнирах составных гибких балок из сборного железобетона

Fig. 10. Distribution of shear forces in intermediate hinges of composite flexible beams made of precast concrete

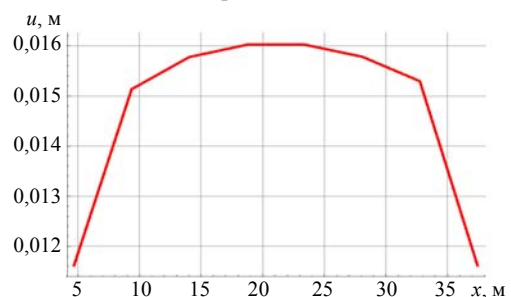


Рис. 11. Линейные перемещения промежуточных шарниров составных гибких балок из сборного железобетона

Fig. 11. Linear displacements of intermediate hinges of composite flexible beams made of precast concrete

## ВЫВОДЫ

1. Предложен общий подход к статическому расчету шарнирно соединенных балок на упругом основании. Расчет ведется смешанным методом с использованием соотношений метода Жемочкина для балок различной длины и жесткости, соединенных цилиндрическими шарнирами, на любой модели упругого основания и при действии произвольной внешней вертикальной нагрузки.

2. Результаты численного расчета соответствуют гипотезам строительной механики, теории упругости и механики грунтов и позволяют полностью описать напряженно-деформированное состояние балок (внутренние усилия), их соединений (поперечные силы в шарнирах) и упругого основания (осадки), а также более корректно описать контактную зону взаимодействия балок с основанием.

3. Возможности предлагаемой методики расчета шарнирно соединенных балок на различных упругих основаниях свидетельствуют о ее универсальности и применимости при проектировании фундаментов в промышленном и гражданском строительстве, а также элементов дорожных покрытий при устройстве дорог.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Корнев, Б. Г. Вопросы расчета балок и плит на упругом основании / Б. Г. Корнев. М.: Стройиздат, 1954. 232 с.
2. Попов, Г. Я. О расчете неограниченной шарнирно-разрезной балочной плиты, лежащей на упругом полупространстве / Г. Я. Попов // Известия вузов. Строительство и архитектура. 1959. № 3. С. 25–33.
3. Симвулиди, И. А. Составные балки на упругом основании / И. А. Симвулиди. М.: Высш. шк., 1961. 204 с.
4. Симвулиди, И. А. Расчет сложных фундаментов на упругом основании / И. А. Симвулиди. М.: Высш. шк., 1969. 51 с.
5. Серебряный, Р. В. Расчет тонких шарнирно соединенных плит на упругом основании / Р. В. Серебряный. М.: Стройиздат, 1962. 64 с.
6. Юр'єв, О. Г. Розрахунок шарнірно-з'єднаних балок на підатлізній основі із застосуванням інтегрального методу / О. Г. Юр'єв // Труды ХІВІ. 1963. Т. VII, вып. 29. С. 44–55.
7. Ржаницин, А. Р. Строительная механика / А. Р. Ржаницин. М.: Высш. шк., 1991. 439 с.
8. Жемочкин, Б. Н. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании / Б. Н. Жемочкин, А. П. Сеницын. М.: Стройиздат, 1962. 240 с.
9. Горбунов-Посадов, М. И. Расчет конструкций на упругом основании / М. И. Горбунов-Посадов, Т. А. Маликова, В. И. Соломин. М.: Стройиздат, 1984. 680 с.
10. Босаков, С. В. Расчет прямоугольной плиты на двухслойном основании / С. В. Босаков, С. И. Зиневич // Наука и техника. 2018. Т. 17, № 2. С. 91–94. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2018-17-2-91-94>.

11. Босаков, С. В. Об одной модели упругого основания и ее использовании для расчета прямоугольной плиты на упругом основании / С. В. Босаков, С. И. Зиневич, О. В. Козунова // Строительная механика и расчет сооружений. 2018. Т. 279, № 4. С. 2–5.
12. Балки фундаментные железобетонные для наружных и внутренних стен производственных зданий промышленных предприятий. Вып. 5: Балки без предварительного напряжения продольной арматуры для стен зданий с шагом колонн 6 м. Рабочие чертежи. Указания по применению: Типовые конструкции, изделия и узлы зданий и сооружений. Серия 1.415.1-2. М.: Госстрой СССР, 1990. 28 с.

Поступила 06.06.2019

Подписана в печать 20.08.2019

Опубликована онлайн 30.09.2020

## REFERENCES

1. Korenev B. G. (1954) *Calculation Issues for Beams and Slabs on an Elastic Foundation*. Moscow, Stroyizdat Publ. 232 (in Russian).
2. Popov G. Ya. (1959) On the Calculation of an Unrestricted Hinged-Split Beam Slab Lying on an Elastic Half-Space. *Izvestiya Vuzov. Stroitelstvo i Arkhitektura = News of Higher Educational Institutions. Construction*, (3), 25–33 (in Russian).
3. Simvulidi I. A. (1961) *Elastic Split Beams*. Moscow, Vysshaya Shkola Publ. 204 (in Russian).
4. Simvulidi I. A. (1969) *Calculation of Complex Foundations on an Elastic Foundation*. Moscow, Vysshaya Shkola Publ. 51 (in Russian).
5. Serebryanyi R. V. Calculation of thin Hinged-Connected Plates on an Elastic Foundation. Moscow, Stroyizdat Publ. 64 (in Russian).
6. Yuriev O. G. (1963) Calculation of Hinged Beams on a Pliable Base Using the Integrated Method. *Trudy KhIbI [Trudy Proceedings of the Kharkov Civil Engineering Institute]*, VII (29), 44–55 (in Ukrainian).
7. Rzhanytsyn A. R. (1991) *Building Mechanics*. Moscow, Vysshaya Shkola Publ. 439 (in Russian).
8. Zhemochkin B. N., Sinityn A. P. (1962) *Practical Methods of Calculations of Foundation Beams and Slabs on an Elastic Base*. Moscow, Stroyizdat Publ. 240 (in Russian).
9. Gorbunov-Posadov M. I., Malikova T. A., Solomin V. I. *Calculation of Structures on an Elastic Base*. Moscow, Stroyizdat Publ. 680 (in Russian).
10. Bosakov S. V., Zinevich S. I. (2018) Calculation of a Rectangular Plate on the Two-Layer Basis. *Nauka i Tekhnika = Science and Technique*, 17 (2), 91–94 (in Russian). <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2018-17-2-91-94>.
11. Bosakov S. V., Zinevich S. I., Kozunova O. V. (2018) About one Model of the Elastic Basis and its use for Calculation of a Rectangular Plate on the Elastic Basis. *Stroitel'naya Mekhanika i Raschiot Sooruzhenii = Structural Mechanics and Analysis of Constructions*, 2018, 279 (4), 2–5 (in Russian).
12. Typical Constructions, Products and Units of Buildings and Structures. Series 1.415.1-2. Reinforced Concrete Foundation Beams for External and Internal Walls of Industrial Production Buildings. Issue 5. Beams without Prestressing Longitudinal Reinforcement for Building Walls with a Column Pitch of 6 m. Working Drawings. Directions for Use. Moscow, Gosstro USSR, 1990. 28 (in Russian).

Received: 06.06.2019

Accepted: 20.08.2019

Published online: 30.09.2020